6°/ a) M, Q et Q' sont alignés $\Leftrightarrow$ $\vec{MQ}$ et $\vec{QQ'}$ sont colinéaires

$\vec{MQ}$ a pour affixe: $(1+i)m+2+3i-m = im+2+3i$

$\vec{QQ'}$ a pour affixe: $-2mi-4-i$

On pose $m = x + iy$ $(x, y \in \mathbf{R})$

$Z_{\vec{MQ}} = ix - y + 2 + 3i$ d'où $\vec{MQ}\begin{pmatrix} 2-y \\ x+3 \end{pmatrix}$

$Z_{\vec{QQ'}} = -2i(x+iy) - 4 - i$ d'où $\vec{QQ'}\begin{pmatrix} 2y-4 \\ -2x-1 \end{pmatrix}$

donc $\begin{vmatrix} 2-y & 2y-4 \\ x+3 & -2x-1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (2-y)(-2x-1)-(x+3)(2y-4) = 0$

$\Leftrightarrow (-4x - 2 + 2xy + y) - (2xy - 4x + 6y - 12) = 0$

$\Leftrightarrow -5y + 10 = 0 \Leftrightarrow y = 2$

L'ensemble demandé est la droite (δ) d'équation $y = 2$.

b) $Q = S(M)$

M décrit la droite (δ) : $y = 2$ alors Q décrit la droite $(\delta_1) = S(\delta)$

Détermination de δ_1 :

$A(0,2)$; $B(1,2)$ sont deux point de (δ)

Soit $A' = S(A)$ $\Rightarrow$ $z_{A'} = (1+i)2i + 2 + 3i = 5i$
d'où $A'(0,5)$
Soit $B' = S(B)$ $\Rightarrow$ $z_{B'} = (1+i)(1+2i) + 2 + 3i = 1+6i$
d'où $B'(1,6)$

$(\delta_1) = (A'B')$ (on remarque que : $(\widehat{\delta, \delta_1}) \equiv \frac{\pi}{4}(\pi)$)

$Q' = f(Q)$, Q décrit $(\delta_1) \Rightarrow Q'$ décrit $(\delta_2) = f(\delta_1)$

On a : $\delta_2 \perp \delta_1$ (car l'angle de f est $-\frac{\pi}{2}$)

δ_2 passe par le point $A'' = f(A')$ dont l'affixe est :

$z_{A''} = -iz_{A'} - 5 + 4i = -i(5i) - 5 + 4i = 4i$ d'où $A''(0, 4)$